

## 群馬大学教育学部講演原稿

### 『数学を教える事とは?』

竹崎正道、UCLA 名誉教授

2016年5月27日、金曜日

私の海外生活1968年から2006年までの37年間に学んだり、感じた事を土台に数学教育に就いてお話させていただきます。

#### 『先ず、教育とは?』

常々、教育とは次の世代に生きる道を伝える事だと私は思っています。動物も次世代教育をします。先ず危険からどうして身を守るかを教える事から始めて、餌の取り方などを教えて行きます。成長すると独立を促します。

さて、この教育の根本原理に立って今の日本の教育のあり方を眺めると些か違和感を覚えます。

今は熊本地震が皆の関心を集めてますが、5年前に東日本を襲った大震災の教訓に就いてお話しします。大地震の後間もなく襲って来た津波から、下校していた生徒も含めて、在校生全員が自分達の命だけでなく、避難途上付近にいた人々の命を守って全国から賞賛を浴びた釜石小学校の校歌を見ると、釜石小学校で常日頃どんな教育が行われていたのかが良く判ります：

#### 釜石小学校校歌

井上ひさし (1934-2010) 作詞

宇野誠一郎作曲

いきいき生きる いきいき生きる  
ひとりで立って まっすぐ生きる  
困ったときは 目をあげて  
星をめあてに まっすぐ生きる  
息あるうらは いきいき生きる

はっきり話す はっきり話す  
びくびくせずに はっきり話す  
困ったときは あわてずに  
人間について よく考える  
考えたなら はっきり話す

しっかりつかむ しっかりつかむ  
まことの知恵を しっかりつかむ  
困ったときは 手をだして  
ともだらの手を しっかりつかむ  
手と手をつないで しっかり生きる

この校歌は毎日学校で放送され続けていたそうです。つまり、釜石小学校では、教育の原点が守られていました

この釜石小学校と対照的なのが、石巻市立大川小学校でした。釜石と津波が襲ったのは地震からわずか30分後でしたが、石巻への津波到達は更に二十分以上後の地震から1時間弱後でした。然し、指示待ち症候群にかかった先生達に引率されて、校庭を後にしたのは地震から50分以上も経ってからでした。その結果多くの痛ましい犠牲を出した悲劇は胸を締め付けられる様です。11人の先生の内10人が亡くなって、一人だけ生き残った先生はその犠牲の痛ましさと責任感から、鬱病を病んでしまい、今も回復していないそうです。この大川小学校の悲劇と釜石小学校の朗報との対比は教育の原点『生きる事』を常日頃から教えていた学校と秩序を守る事を第一義にしていた学校の差を気付かせてくれます。一人一人が自らの力で危険から身を守る事の大事さと、その為には不断の訓練が不可欠である事を教えてくれます。

次の話題に移る前に津波の被害を度々経験して来た三陸地方には

『津波てんでんこ』

と言う蘊蓄の深い諺が伝わっています。津波が襲ってきたら他人を構わずに自分一人でさっさと逃げろと言う意味です。日本的個人主義をうかがわせます。これについては後で更に考察します。

『数学は文化の土台』

そして且つ

『数学は教育の土台!』

私は先ず教育は神様の領域に属する事だと常日頃思っております。それは教育が子供達の将来に決定的な影響を及ぼすからです。10年先、20年先の事は神ならぬ身の私達には知る事が出来ません。然し、子供達は教育を通じて未来に備えなければ生きて行けません。未来の出来事を決めるのは、神様で我々ではないのです。にも拘らず、未来に備えなければならない。そこに教育の存在意義と避けられない矛盾があります。神ならぬ身の私達は謙虚でなければなりません。

神様しか知らない未知の世界に歩みだして行く子供達に数学は何を与えるのでしょうか？ 二次方程式の解法や三角函数を日々使う事の出来る職業につけるのは極一部の限られたラッキーな人々だけです。大部分の子供達は成長した後、学校で習った数学とは縁の無い生活に入るのが現実です。それにも拘らず、世界中で子供の教育の大きな部分を数学が占めています。どうしてでしょうか？

数学の試験をすれば、満点からゼロまで、点差が大きく開きます。子供を選別する為にはとても便利な教科です。それが、数学が学校教育の柱と見做される理由でしょうか？ 実際に数学が生徒の選別の道具として使われているのは事実です。然し、その事が数学の本当の意味を社会が誤解する元凶になっているし、且つ多くの生徒を数学嫌いにさせてい

る、原因でもあります。数学が文化史の中で果して来た本当の意義を検討する必要があります。

文化人類学者や考古学の学者達は新しい遺跡が発見されると、その文化の中で数学がどの程度発達していたのかを探ります。その結果、例えばマヤ文化が零の発見を世界に先駆けて成し遂げた事が知られています。然し、その発見はマヤ文明が滅んだ為、現代には継承されてはいません。現代に繋がるゼロの発見はインドヒンズー文明によってです。ヨーロッパに伝わるのは15世紀になってからでした。兎も角、彼等は数学の知識を文化の発展度合いを測るバロメーターとして、遺跡にその文化を支えた数学の発展段階を示す痕跡を探します。

さて皆さん、数学が文化の土台と見做されるのはどうしてでしょうか？ そして、文化—教育の土台の一つに位置付けられるのは何故でしょう。江戸時代まで、日本で数学が日本文化の土台と考える人はいませんでした。明治以来、西洋文化の影響が強まる中で、数学の重要性が認識されたのです。然し、数学が日本文化の土台だと考える人はごく少数でした。数学は役に立つから学ばせると言う功利主義的な発想が、大多数の国の指導者に数学を学校教育に取り入れさせた理由でした。数学の矮小化でした。

数学は数と形、そして不確定現象に関する学問です。幼児は誕生から、言葉を覚えるのと同時に形の認識も覚えて行きます。親の顔や声を覚える事を生まれた瞬間から始めます。形の認識です。ついで言葉や数える事を覚えて行きます。そして、言葉を覚えると考える事を学びます。幼児の時には自覚されませんが、考える事と言葉が密接な関係にある事は良く知られています。数える事は量に関する知識へと進みます。更に進むと量と形が密接に繋がっている事を学びます。数える行為は代数へと発展しますし、形に関する知識は幾何学へと昇華して行きます。不確定性に関する考察は確率論へと繋がります。

古代ギリシャでは、エジプトの時代からナイル川の氾濫の度に繰り返される土地の再分配の為の方法として発展して来た幾何学を厳密な論証を土台とする幾何学へと発展させた。そして、古代ギリシャ人は幾何学を彼等の文化の粋を集めたギリシャ文化の花と見做しました。彼等はそれをギリシャ文化の花であり、土台であると見做したのです。例えば、貴族教育の為にアカデミーを主催したプラトンはその入り口に

『幾何学を学ばざる者この門をくぐるべからず！』

の文言を掲げたと言います。

数学は古代ギリシャの時代から一番長く続いて来た学問です。数学を他の学問と区別する特徴はその歩みの一步一步はとても易しい事にあります。数学程易しい学問は他にありません。然し、数学の一步一步は決して後戻りをしません。他の学問と峻別される事の一つです。易しいが後戻りをしない学問はその貯蔵庫は過去に得られた珠玉の宝で一杯です。他の学問は何時も破算に願って初めからやり直しを繰り返していますから、貯蔵庫の中は余り蓄えがありません。学生が数学は難しく他の学問の方が易しいと勘違いするのは、知識の貯蔵庫の大きさを比べているからです。数学の一步一步は初めから歩けば誰でも歩ける平坦な易しい道です。然し、後戻りはありません。後戻りしない歩き方を学べば、易しい一步一步も万歩あるけば万歩先に進みます。そして、数学は後戻りをしません。だから数学の宝庫は珠玉の成果で満ちています。又、数学は一方で、とても役に立つ学問でもあります。20世紀を代表する理論物理学者の一人Eugene Wignerは

『数学の有用性は不当とさえ言える程だ！』

とまで断言しています。観測データを元に辛抱強い推論と推考を重ねる事によって宇宙の果てと思われる程遠くの現象を解析して調べる事が出来るのも数学のお陰です。又毎日の生活の歯車を動かしている科学の根底を数学が支えています。

数学はそれにも増して大事な事を人類に教えて呉れました。それは、神との対話を直接間接に強いられたデカルトに依る

『我思う故に我あり！』

の言葉に現わされる自我の発見つまり、人権の発見でした。人権尊重を土台とする個人主義は近代民主主義の根幹です。数学はその土台となる人権の基礎—自我—の発見に決定的な役割を果たしました。この先達の記事に私達は何を学ぶのでしょうか？射影幾何の創始者パスカルはデカルトに続いて

『人は考える葦である！』

の言葉でデカルトの言葉を補完しています。パスカルの言葉を次に引用しておきます：

『人間はひとくきの葦にすぎない。自然のなかで最も弱いものである。だが、それは考える葦である。彼をおしつぶすために、宇宙全体が武装するには及ばない。蒸気や一滴の水でも彼を殺すのに十分である。だが、たとえ宇宙が彼をおしつぶしても、人間は彼を殺すものより尊いだらう。なぜなら、彼は自分が死ねることと、宇宙の自分に対する優勢とを知っているからである。宇宙は何も知らない。

だから、われわれの尊厳のすべては、考えることのなかにある。われわれはそこから立ち上がらなければならないのであって、われわれが満たすことのできない空間や時間からではない。だから、よく考えることを努めよう。ここに道徳の原理がある。

— パスカル、『パンセ』、前田陽一、由木康訳、中公文庫、1973年、225頁。』

考える主体としての自己の認識が全ての出发点とするデカルトやパスカルの主張は後に人権の発見と保護による民主主義へと西欧文化の歩みは続いたのです。ここに数学の果たした役割と大きさが垣間見えます。

日本ではあまり強調されていませんが、数学は物事の真実を根底から理解する事その使命としています。数学教育の出发点は自分の思考が正しいか誤っているかを検証出来る能力を身に付ける事にあります。色々な問題に直面して回答を探す時に自分の回答が正しいか誤っているかの判断力を養成する事が数学教育の第一義であり、且目的でもあります。皆さんが既に経験している通り、自分の思考の正誤の判断は結構難しいものです。数学では、自分の力で問題を解き、解答を見つける事を学びます。子供達は数学を通じて、自分の思考の正誤を見極める術を身に付けて行きます。他の教科で自分の力で解いたり、解答を見つける作業をする事はありません。何より子供達にとって、数学の面白いところは問題解決が生徒のほうが先生よりも早く出来る事が往々にして起こる事でしょう。或いは、先生の間違いを子供達が見つけたりと言う事も屡々起こります。こんな時に正しい対応が教師に出来るかどうか、大変重要な事になります。残念ながら、正しい対応の出来ない教師が少なくないのが、日本の教育界の現実です。

私自身に関して言えば、数学の授業は高等学校二年生の時にある先生に出会うまでは、嫌いでした。くだらなくて、教師用の裏読本を写すだけの授業でしたから、好きになれと言う方が無理で、私は数学の教師が混乱して、授業が続けられなくなる様な質問をする機会を狙い続けていました。級友も私の発言で先生が混乱して、授業が脱線してしまうのを期待している始末でした。何が私の中高生時代の教師に欠けていたのかと言うと、

### 『数学を何故教えるのか?』

と言う数学教師にとって一番の基本認識が欠けていた事だっただと思っています。理解する事の素晴らしさを数学以上に実感させて呉れる教科は他にありません。これが、小中高を通じて数学を学ぶ理由です。又、数学は考える人々を養成する事を目的とします。子供達に

### 『わかった!』

と言う瞬間を経験してもらう事とそしてその瞬間の経験と興奮を自分の宝物として自覚してもらう事が数学教育の目的です。その事によって自分を自覚してもらう事が大事なのです。個人主義はここから出発します。自分が自分自身である事を自覚する事が人権や個人主義の出発点です。一部の政治家が言うように

### 『個人主義が行き過ぎる』

事は有り得ません。日本では個人主義と利己主義や孤人主義とを無知か故意か混同させられています。自分自身が何者なのかを自覚する事から個人主義は始まります。個人主義は自らを省みる事を土台とします。レストランで自分が何を食いたいかを人まかせにする人が日本では多く見受けられますが、これは個人主義と反対の例です。又流行に流される事に気付かないのも個人主義が出来ていない人です。個人主義は自分が何者であるかを自覚する事が出発点です。日本では何故か個人主義が孤人主義や利己主義と混同されています。英語では個人主義は

### ” Individualism”

と呼ばれ利己主義は

### ” Me-ism”

と呼ばれます。個人主義の教育は子供に先づ自分を知る能力の養成から始まります。渡米して間もない頃、娘は幼稚園で良く

### 『Be Yourself!』

と言われていました。個人主義は各人が

### 『自分自身の主』

として行動することを土台とし、又目的ともする事は当然の事ながら他者との触れ合いを前提としています。

### 『他人の個人としての尊厳を自分自身の尊厳と同様』

に尊重して、協力し合う事で個人主義が成り立ちます。他人を支配したり、他人の人権を無視する事は個人主義と相容れません。人間は当然の事ながら、多くの人々の協力によって生活を営み文化を作っていきます。この協力と言う時、

### 『独立した個人』

の自発的協力を前提としています。

### 『強制や支配』

によらない、自発性が鍵です。私が帰国して以来、良く聞く言葉に

### 『お前、関係ないだろう!』

と言う怒声です。これは個人主義ではなく、孤人主義です。朝日新聞は今の日本人を

### 『孤族』

と呼んで憂慮しています。他人との関わり合いを否定しては、社会が成り立ちません。個人主義が確立した社会では『独立した個人達』の協力と献身を求めます。数学を学ぶ事で

### 『自己をはっきり認識』

する事が出来ます。私はこれが数学が将来の進路に関わり無く学ばれる根本的理由だと信じています。

一寸ここで脱線して、簡単な例を考えてみます。もう一度先の東日本大震災とそれに関係する原発を例に取ります。原発の寿命は30年とか40年と日本では決められました。一方東日本大震災級の震災は一千年に一度だと言われています。一千年に一度の災害だから仕方ない、或いは想定外とする事も止むを得ないと言う主張がもっぱら原発を推進する政府や電力会社からなされました。そして、確かに一千年に一度の災害と云うと本当に稀な事の様に思えます。然し、40年寿命の原発が震災に遭う確率は千分の40つまり、百分の4です。これは、日本で一人の人間が一生の間に交通事故に遭う確率と比べたらどうなるでしょう。平成26年度中の交通事故死の数は4,113人、人口は12708万3千人とされています。このデータを元に簡単に人が交通事故で亡くなる率を計算すると平均で80歳まで生きるとして、0.00258917となり、ざっと1万人の中で交通事故で亡くなるのは約26人となります。原発が震災に遭う可能性は日本で人が交通事故で亡くなる可能性の約十五倍となります。この数字は無視出来る数でしょうか？ 数学は為政者にとって怖い学問です。応用を強調すると怖さがなくなります。それは数学を応用する人々はごく限られているからです。然し、数学本来の姿を理解する人々が増えれば、権力者にとって

### 『不都合な真実』

が暴かれかねません。又、数学を通じて自己に目覚めた民衆は権力者が一番怖がる存在です。デカルト以来の西欧民主主義の歴史がそれを証明しています。

2000年の初夏、BerkeleyのMSRIで開かれた作用素環論の研究会の時Prof. Marc Rieffel の御宅で開かれたパーティーの時ロシアから参加したEngod 論の大家Vershikに不躰に

『数学の発展には自由が欠かせないが、  
スターリン時代のソ連の数学の水準の高さには  
驚かされる、一体どうなっていたのか？』

と尋ねた事があります。彼は即座に

『ソ連時代、数学が自由を守ったのだ！』

と答えて呉れました。確かに、ICMの度毎にソ連の数学者の自由に就いて抗議の議論がされていまして、ソ連崩壊の時に核物理学者サハロフの果たした役割を連想させて呉れる返答でした。

この様に考えると、数学が教育の中心に在る事に気付きます。日本では数学を知的活動の土台と考える視点が欠けています。文化の土台は言葉と数学が担っています。

私が奉職したUCLAでは、国語つまり英語の教官と数学の教官が一番多いのです。工学部ではありません。言葉は人間が生きて行く上で一番大切な知識です。言葉を土台にして、人間は人格を形成して行きます。言葉抜きでは、数学を含めて、一切の知的な営みは

考えられません。日本ではその事が忘れられている様に私は感じています。カタカナ言葉が氾濫して、意味不明な看板や画面が洪水の様に流されています。人は言葉で考えたり、意思疎通を図ります。人格も言葉で形作られます。

皆さんは使う言葉を変えると人格も変わる事をご存知でしたか？

私は海外生活が長くなった時に日本語の自分と英語の中にいる自分とで、性格が大分違う事に気付きました。それで、何カ国もの言葉を上手に話す、因縁に言語と性格について質問して見ました。その結果異口同音に

『そうだ！私も言葉を変えると性格が変わる！』

と言うのです。皆さん、言葉は使う人の性格をも規制するのです。ドーデーの『最後の授業』の事を思い出しませんか？言葉を大事にしない国の将来は危ういと私は思っています。国旗や国歌をいくら強制しても、国の将来は保証されません。国の土台は言葉で作られている事を今の国の指導者達は忘れていています。教科書の検定で愛国心を鼓舞しても、肝心の中身が空疎になっては、国の将来は危ういと私は感じています。

私は海外生活中に、幾つかの数学上の発見をしました。そして、新しい概念を発見したり、作ったりもしました。数学の研究の成果は英語、フランス語又はドイツ語で発表されるのが、数学研究の世界です。日本語の論文は日本国内でも論文とは数学者の間では認められていません。然し、論文の中で私自身が作り出した事実に命名が出来ないと言う悔しさを何度か味わい、言葉の怖さが骨身に沁みました。私は数学者、数学を教える者として、言葉の尊さを強調します。この事を主張するのは、私が初めてではありません。日本の誇る数学の泰斗岡潔先生は晩年随筆などで、国語の大切さを強調されていました。又、昨年生誕100年を迎えて日本数学会が大掛かりなお祝いをした、小平邦彦先生も長い海外生活の後帰国されて、矢張り国語の大切さを強調されています。

更に、数学は自然や数学的に取り扱える科学の言葉なのです。16世紀から17世紀にかけて活躍した、近代科学の祖と呼ばれるガリレイは

『神は数学の言葉で天地を創りたもうた！』

と叫んだと言われています。数学は客観的真實を述べる為の言語なのです。そして、数学は言葉の土台の上に咲く花です。言葉を厳密に操りながら、数学的真理を編み出して行きます。その過程で、人々は自分を否応なしに深く見つめる事を学びます。デカルトの

『我思う故に我在り！』

に依る自我の認識が、人權の発見であり、民主主義の土台となったのです。生徒達にこの言葉を数学を通じて実感してもらう事が数学教育の目標です。そして、理解する事の嬉しさを通じて子供達は更に次への一步を踏み出して行きます。数学嫌いを出さない事、そして数学の歩みの一步一步は決して難しい事ではない事を実感させる事が数学教育の目的です。どの様にしてそれを達成するかは数学教師の力量が問われます。数学を日常生活の中で実践しようと言うのはまやかしです。数学教育は自分の考察－思考回路の中に誤りが潜んでいないかどうかを見抜く力を養う事を目的としなければなりません。安直に回答に到達する為の道具ではありません。正しい答えは自分で掴み取ってのみ得られる事を悟って貰う事を目標とするべきです。そして、自分で得た正解とそこへの道程は何物にも代えがたい本人の宝である事を子供に悟って貰う事が数学教育の目標と私は考えています。此の

様な数学教育は将来数学とは無縁な生活を送る様に見える文科系志望の生徒にとっても必須な教科です。

デカルトの『我思う故に我あり』が人権発見の最初だったと述べました。自己の存在が全ての出発点です。個人の集まりが家族になり、村になり、町になって国家を創ります。国家が個人を作るのではなく、個人主義が行き過ぎるとの主張を耳にする事が多くなりました。個人主義の反対の極にあるのが戦時中広く唱えられた

#### 『滅私奉公』

ですが、これは正に亡国の思想でしょう。国民が皆滅私してしまったら、その国は滅亡です。第二次大戦の最後の局面で滅私奉公が現実の物として差し迫っている事を悟った昭和天皇の聖断により日本の亡国が避けられた事は良く知られています。

多くの個人がいる所で利害の衝突が起こるのは当然で、利害調節の機能が政治です。個人を殺してしまえば、元も子もありません。近代民主主義は個人主義を土台にして成り立っている事を強調しておきます。

ここで三陸地方の

#### 『津波てんでんこ』

とデカルトの

#### 『吾思う故に我あり』

に就いて私の見解を述べておきます。デカルトは地動説と天動説を巡る、ガリレイガリレオとローマ教会との対峙と彼に対する宗教裁判の判決を見た後で、

#### 『吾思う故に我あり』

の真理に辿り着きました。三陸では人力を超えた圧倒的な自然の猛威を前にして

#### 『津波てんでんこ』

の格言を生み出しました。どちらも個人にとって絶対的存在の神や人知と人力を遙かに超えた自然を前にして、所詮個人が土台である事が自覚されたのだと私には思えます。デカルトの場合は西欧文化に於ける数学の地位の高さ—数学は文化の基礎—がさらに人権への概念に発達して、民主主義への道が更に何世紀もかけて到達したのだと思っています。三陸では、人力をはるかに超えた自然の猛威津波を経験して『津波てんでんこ』の諺を継承してきました。その土台があって釜石小学校の生徒の全員無事が齎されました。『津波てんでんこ』は日本の個人主義の出発点です。この諺の教えに行き過ぎる事は有り得ません。

皆様のご健闘を切にお祈りします。